

## 情報数理学特別講義 C レポート 課題

2008 年 8 月

出題者: 柳浦

課題.

1. 指数関数について.
  - (a)  $10n^3$  と  $3^n$  の  $n = 1, 2, \dots, 10$  に対する値を表に書き下せ. (指数関数が多項式よりも急激に増える様子を実感して欲しい.)
  - (b) アルゴリズム A の計算時間は問題例の規模のみに依存すると仮定し, 規模  $n$  の入力に対する計算時間が  $2^n$  であるとする. このアルゴリズムを用いてある計算機で  $n = 1000$  の問題例を解くのに時間  $t$  を要した. 100 倍速い計算機で時間  $t$  以内に解ける問題例の規模  $n$  (整数) の最大値を求めよ.
2. 講義では分枝限定法を最適解のひとつを出力するアルゴリズムとして説明した. 限定操作に上界値テストのみを用いるとき, 分枝限定法を用いて最適解を全て出力するには, 上界値テストをどのように変更すればよいかを説明せよ.
3. 0-1 ナップサック問題に対する動的計画法について.
  - (a)  $n = 5, b = 15$  程度の問題例を適当に作り, それに対する動的計画法の計算過程を表にせよ.
  - (b) 講義で与えた方法とは  $c_j$  と  $a_j$  の役割を入れ替えて, 状態  $g^*(j, p)$  を要素集合  $\{1, 2, \dots, j\}$  からいくつかを選んだ合計満足度が丁度  $p$  であるときの値段合計の最小値と定義して動的計画法の漸化式を書き下し, 最適値の求め方を述べよ. また, アルゴリズムの計算時間を評価せよ.
4. 巡回セールスマン問題に対する動的計画法に基づくアルゴリズムの計算時間を評価せよ. また, この計算時間は, 単純な列挙法による計算時間  $O(n!)$  と比べてより望ましいか否かを理由とともに説明せよ.
5. 0-1 ナップサック問題に対する欲張り法とけちけち法について.
  - (a) 欲張り法とけちけち法の計算結果が異なるような問題例をひとつ挙げ, 2つのアルゴリズムの動作の様子を示せ.
  - (b) 欲張り法とけちけち法の両方を同じ問題例に適用したとき, けちけち法の出力する解の目的関数値が欲張り法のものよりも良いということはあるか否かを答えよ. また, その理由を説明せよ.
6. 巡回セールスマン問題に対する局所探索法において  $\lambda$ -opt 近傍を用いる場合, 近傍内に改善解があるか否かを判定するのに要する計算時間を評価せよ. (出来るだけ効率のよいもの考えること.)
7. 対称な近傍とそうでないものの例をそれぞれひとつずつ挙げよ. (講義で紹介したものでなくてもそうでないものでよい.)
8. 一般化割当問題に対する局所探索法において, 任意の割当を探索の対象とする (すなわち制約を満たさないものも探索の対象に含める) 場合を考える.
  - (a) 近傍として適切と思うものをひとつ挙げよ.
  - (b) 解の評価値を以下のように定める: 解が実行可能ならば目的関数値, 実行不可能なら  $+\infty$ . このとき, 問題 8a の近傍内に改善解が存在するか否かを判定するアルゴリズムを説明し, その計算時間を評価せよ. (出来るだけ効率のよいもの考えること.)

9. 0-1 ナップサック問題に対する欲張り法を考える. 任意の問題例  $I$  に対し, 最適値を  $OPT(I)$ , 欲張り法が出力する解の目的関数値を  $A(I)$  と記す. このとき, 任意の  $\varepsilon > 0$  に対して,  $A(I)/OPT(I) \leq \varepsilon$  となる問題例  $I$  が存在する, すなわち近似度は限りなく 0 に近づくことを示せ. ( ヒント:  $n = 2$  の簡単な例が存在する. )
10. web ラーニングプラザ (<http://weblearningplaza.jst.go.jp/>) の「データ構造とアルゴリズム」(たとえばトップページ「教材マップから選ぶ」よりたどれる)を閲覧し, 感想を 300 字程度で述べよ.
11. 本講義の感想を書いてください. (何を書いても減点はしません.)

提出方法

- 提出方法は講義中に指示します.
- 自分の氏名, 所属, 学年, 学生番号などを忘れずに記載すること.