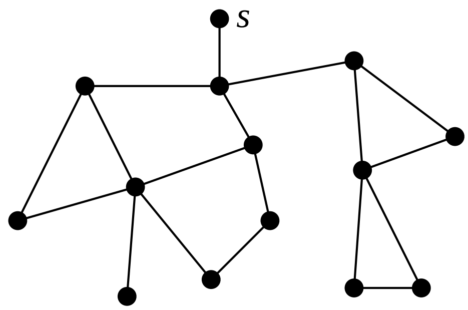
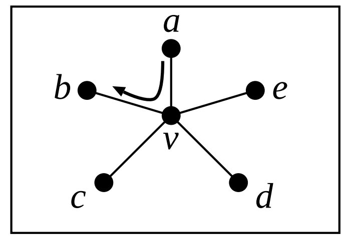
グラフ理論　　試験問題　　　2005年8月

1. 下図の左側のグラフに対して深さ優先探索を適用したときの前向き枝を実線の矢印, 後ろ向き枝を点線の矢印で示せ．また, 節点を初めて訪れた順に番号をつけよ (s を 1 とする)．なお, 節点 s から探索を始め, 各節点では, 直前にたどった枝から左回りに一番近い枝を次に探索するという規則で探索を行うこと．（例えば, 図の右の枠内において, 枝 (a, v) をたどって節点 v に到達したときは, 枝 (v, b) を次にたどる.）





2. 連結無向グラフ $G = (V, A)$ と各枝 $e \in A$ の重み $w(e)$ が与えられたときの最小木問題を考える.

   (a) Prim の方法あるいは Kruskal の方法によって最小木が得られることを証明せよ (どちらか一方を証明できればよい)．なお, グラフ G の部分木 $G_T = (V, T)$ $(T \subseteq A)$ が G の最小木であるための必要十分条件は, 任意の補木枝 $b \notin T$ から定まる基本閉路 C_b において, $a \in C_b$ ならば $w(a) \leq w(b)$ であることを用いてよい.

   (b) Kruskal の方法の実現を考え, 枝の重みによる整列は終了しているものとしてそれ以降の計算時間を考える．構築中の木に新たな枝を追加しようとしたときに閉路が出来るか否かを判定する必要があるが, これを実現する方法を与え, アルゴリズムの（枝の重みによる整列以外の）計算時間を評価せよ．（必ずしも最速のものを答える必要はなく, 多項式時間のものであればよい.）

3. 有向グラフ $G = (V, A)$ と始点 s, 終点 t, 各枝 $e \in A$ のコスト $c(e)$ が与えられたとき, s から t への「枝数最小の路の中でコスト最小のもの」を求める問題を考える．路のコストは路上の枝のコストの総和である．この問題を解く効率的なアルゴリズムを与え, その計算時間を評価せよ.

4. 講義や試験問題に対する意見・感想などを自由に書いてください.