

## 不定方程式の正整数解

1 次不定方程式が正の整数解をもつかどうかの判定は難しい。

しかし，未知数が 2 個の場合は以下の定理がある。

定理 .  $\gcd(a, b) = 1$  をみたす不定方程式

$$ax + by = c. \quad (*)$$

(1)  $ab < 0$  ならば (\*) は正整数解をもつ。

(2)  $a, b > 0$  のとき

(2.1)  $c > ab$  ならば (\*) は正整数解をもつ。

(2.2)  $c = ab$  のときは (\*) は正整数解をもたない。

証明 . 教科書参照 .

系 .  $\gcd(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1$  かつ  $\exists i, j, a_i > 0, a_j < 0$  ならば

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

は正整数解をもつ。

証明 . 教科書参照 .

# この手前の定理と系の「解をもつ」ことの証明は，解の具体的な求め方（アルゴリズム）を説明している．このような構成的な証明は，求め方が分かるという意味で有用．一方，背理法や確率的な議論によって解を具体的に示すことなくその存在を示す，構成的でない証明法もある．

## 連立不定方程式

連立 1 次不定方程式の解法：（式 1 本の）不定方程式の解法と同様にパラメータ表示を繰り返す．教科書の例参照．